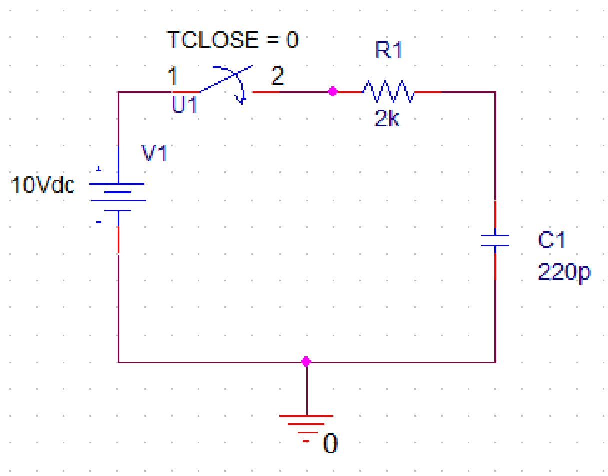
Funcionamiento del condensador en corriente directa

Carga y descarga de un condensador.

Circuito RC: Proceso de carga del condensador

En las aplicaciones de los condensadores, es muy común los circuitos que combinan la conexión de resistencias con condensadores, a estos se le denominan circuitos RC, un ejemplo es el diagrama presentado a continuación:



Cuando se cierra el interruptor, se inicia lo que se denomina el proceso de carga del condensador, este se cargará a la tensión de la fuente (aunque en realidad no alcanzará su totalidad), este proceso no será instantáneo, sino que dependerá del valor de la resistencia (resistencia de carga) y también del valor del condensador.

El condensador acumulará en sus placas una carga Q (en coulomb) que será igual al producto de su capacitancia (en farad) por la tensión (V):

$$Q(t) = C * V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[C]$$

La corriente del circuito se calcula de la siguiente formula

$$I(t) = \frac{V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}}{R}[A]$$

La tensión sobre la resistencia se calcula de la siguiente formula

$$V_R(t) = V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

La fórmula para obtener la tensión de carga del condensador es:

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)[V]$$
$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[V]$$

De aquí se obtienen estas otras ecuaciones realizando los debidos despejes:

$$t[s] = -R * C * ln\left(1 - \frac{V_{CARGA}}{V_o}\right)[s]$$

$$R[\Omega] = \frac{-t}{C * ln\left(1 - \frac{V_{CARGA}}{V_o}\right)}[\Omega]$$

$$C[\mathrm{F}] = \frac{-t}{R * ln\left(1 - \frac{V_{CARGA}}{V_o}\right)}[\mathrm{F}]$$

Donde:

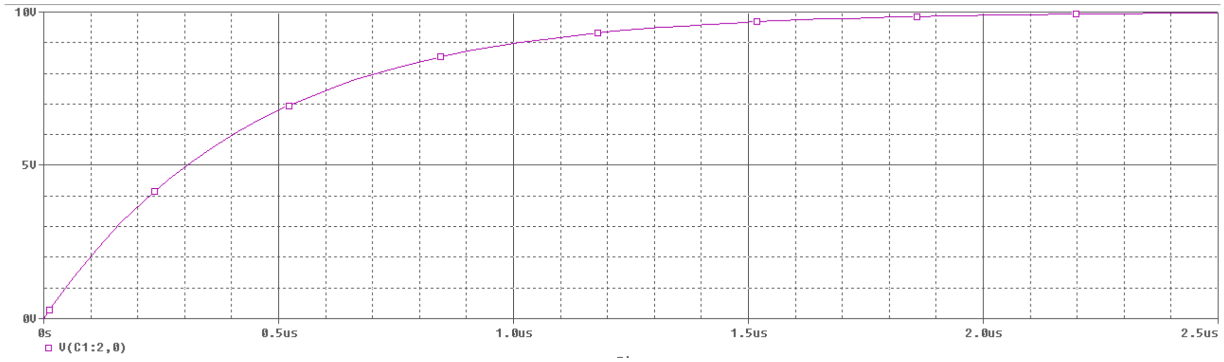
- V_{carga} es el valor de la tensión del condensador en un instante de tiempo determinado
- V_o es el valor de la tensión de la fuente aplicada al condensador.
- V_R es la tensión generada en la resistencia
- I_T es la corriente que circula por la resistencia.
- e es la base de los logaritmos naturales, tiene un valor redondeado de 2.7183.
- t es el tiempo en segundos.
- R es el valor de la resistencia en Ohms
- C es el valor del condensador en Farad
- ln es la función matemática del logaritmo natural

Al producto RC se le denomina constante de tiempo, para su designación se utiliza la letra griega τ (tau); al multiplicar Ohm por Farad el resultado da segundos (s).

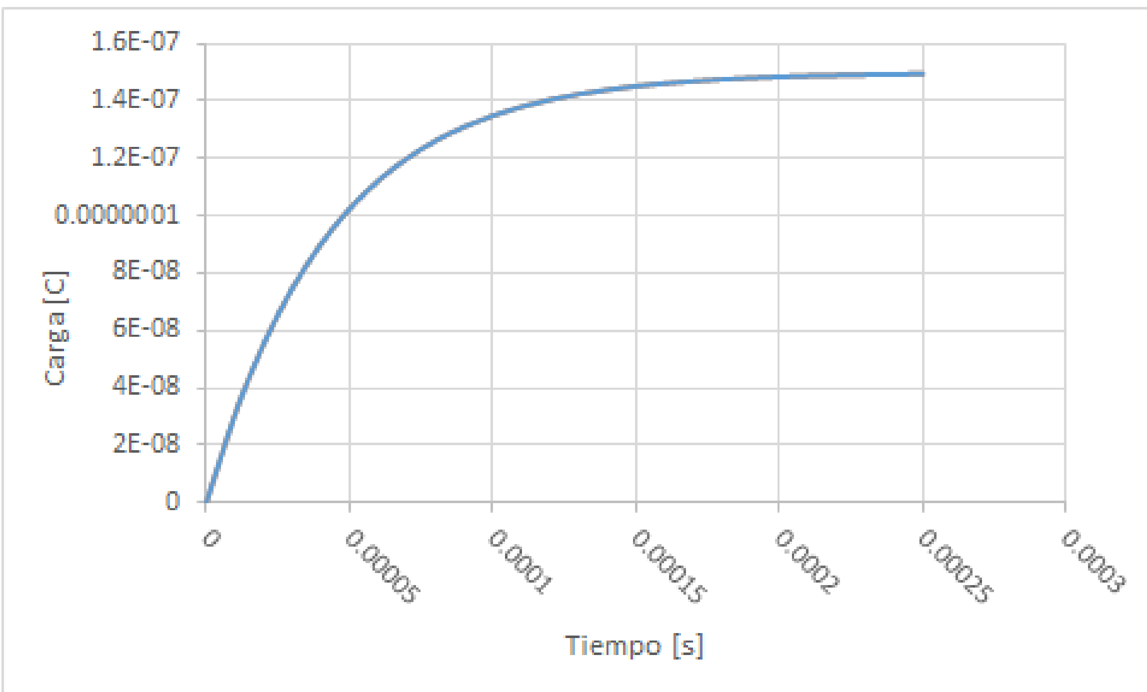
Se dice que el condensador alcanza su carga máxima al transcurrir un tiempo de aproximadamente $5 * \tau$.

Así se representa gráficamente el proceso de carga; observe que al inicio es un proceso rápido y luego va disminuyendo. Este tipo de curva se le denomina curva exponencial.

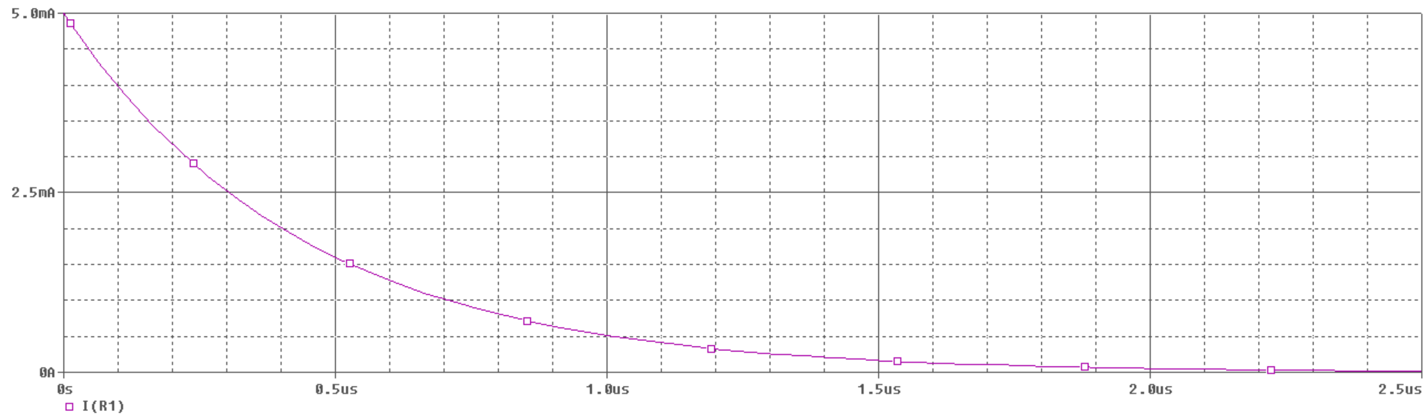
- Grafica de tensión de carga" Volt" de un condensador



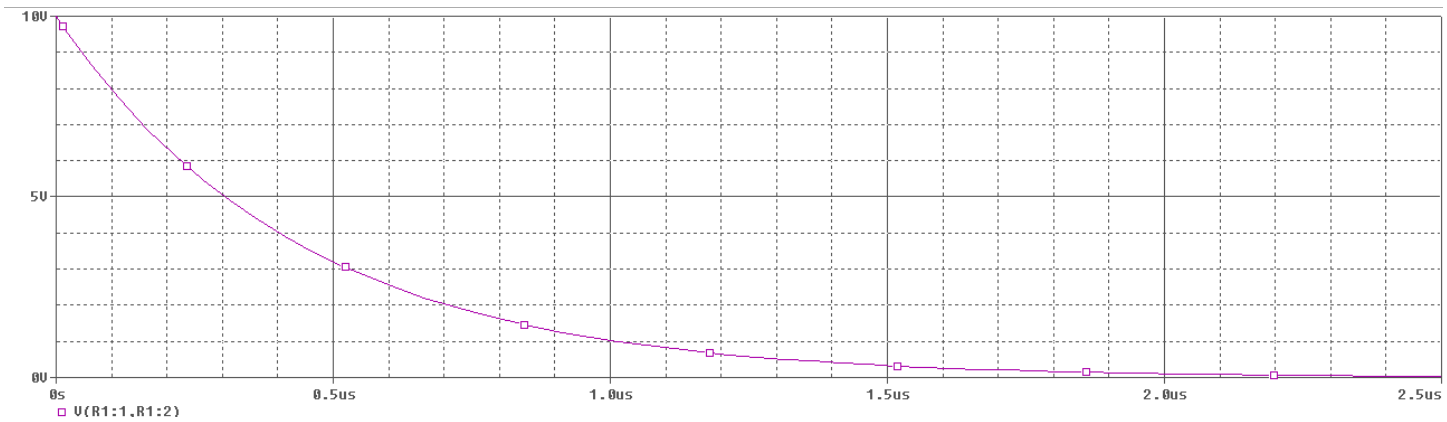
- Grafica de carga "Coulomb" de un condensador



- Grafica de corriente por el circuito

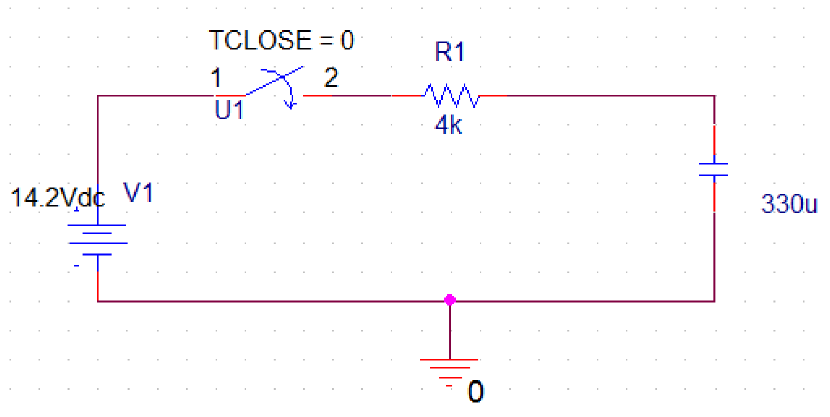


- Grafica de tensión en la resistencia de carga del circuito



Ejemplo:

1. Con base al circuito siguiente:



Determine:

a) El tau de Carga
b) Ecuación de carga del Condensador
c) La tensión del condensador alcanzada cuando transcurrió 5 segundos de haber cerrado el interruptor.
d) La carga del condensador en Coulomb alcanzada cuando transcurrió 5 segundos de haber cerrado el interruptor.
e) El tiempo alcanzado para obtener la máxima carga del condensador.

Se cierra el interruptor e inicia el proceso de carga:

a) Calculemos el tau τ

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[F] = 4k[\Omega] * 330\mu[F] = 1.32[s].$$

En cinco taus se alcanza la máxima tensión, la cual es

$$5\tau[s] = 5 * R[\Omega] * C[F] = 5 * 4k[\Omega] * 330\mu[F] = 6.6[s]$$

b) La ecuación de carga

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)[V]$$

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[V]$$

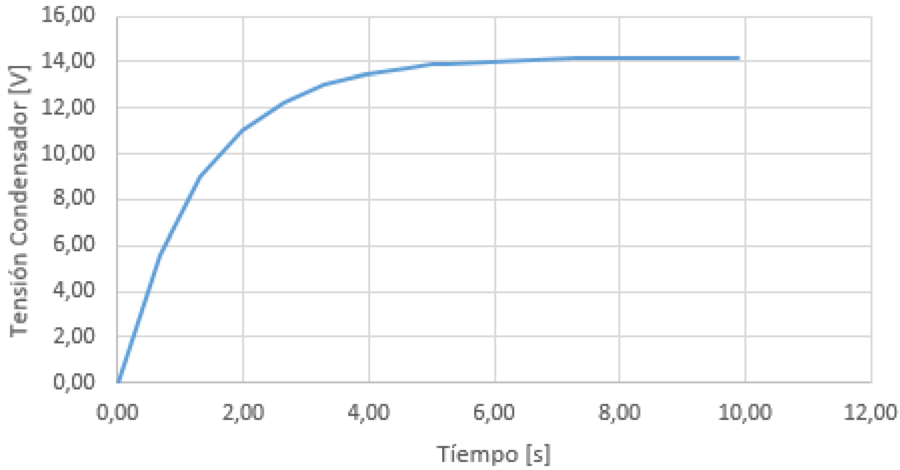
V_o es la máxima tensión que va a tener el condensador entre sus bornes, la cual será la tensión de la fuente.

$$V_{CARGA}(t) = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{t}{4k*330\mu}}\right)[V]$$

$$V_{CARGA}(t) = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{t}{1.32s}}\right)[V]$$

c) Calculando los puntos para realizar la grafica

t[s]	V carga [V]	Tau
0	$0 = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{0}{1.32}}\right)$	-
$\boldsymbol{660m}$	$5.59 = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{660m}{1.32}}\right)$	-
1.32	$8.98 = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{1.32}{1.32}}\right)$	1
2.64	$12.28 = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{2.64}{1.32}}\right)$	2
3.3	13.03	
3.96	13.49	3
4.62	13.77	-
5	**13.88**	
5.28	13.94	4
5.94	14.04	-
6.6	14.10	5 condensador ya alcanzo la máxima carga



Por lo tanto, deben de transcurrir de 5 segundos después de que se cierre el interruptor, para que el condensador alcance un voltaje de 13.88$[V]$.

d) La carga del condensador en Coulomb alcanzada cuando transcurrió 5 segundos de haber cerrado el interruptor.

$$Q(t) = C * V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[c]$$

$$Q(t) = 330\mu[F] * 14.2\left(1 - e^{-\frac{5}{1.32}}\right)[V] = 4.5804m[c]$$

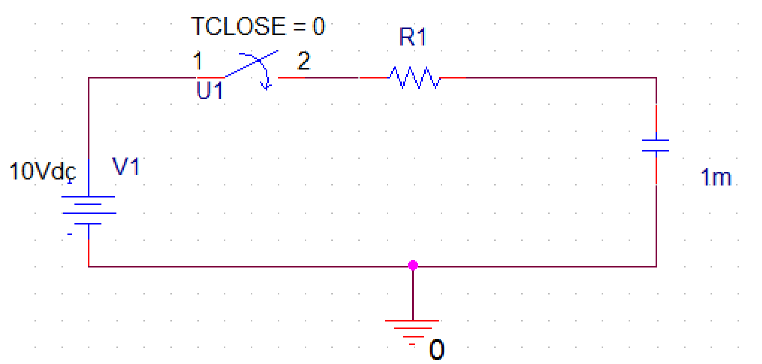
e) ¿Para qué tiempo el condensador habrá alcanzado su máxima carga (¿máxima tensión?

$$5 * \tau[s] = 5 * R[\Omega] * C[F] = 5 * 4k[\Omega] * 330\mu[F] = 6.6[s]$$

En 5 tau se dice que ya el condensador se encontrará completamente cargado.

$$V_{CARGA}(t = 6.6[s]) = 14.2 * \left(1 - e^{-\frac{6.6s}{1.32s}}\right)[V] \approx 14.10[V]$$

2. Para la siguiente figura se desea que el condensador alcance los 4 $[V]$ en 10 segundos, con la misma fuente de 10 $[V]$ y el mismo valor de capacidad 1m$[F]$, determinar el valor de la resistencia R necesaria.

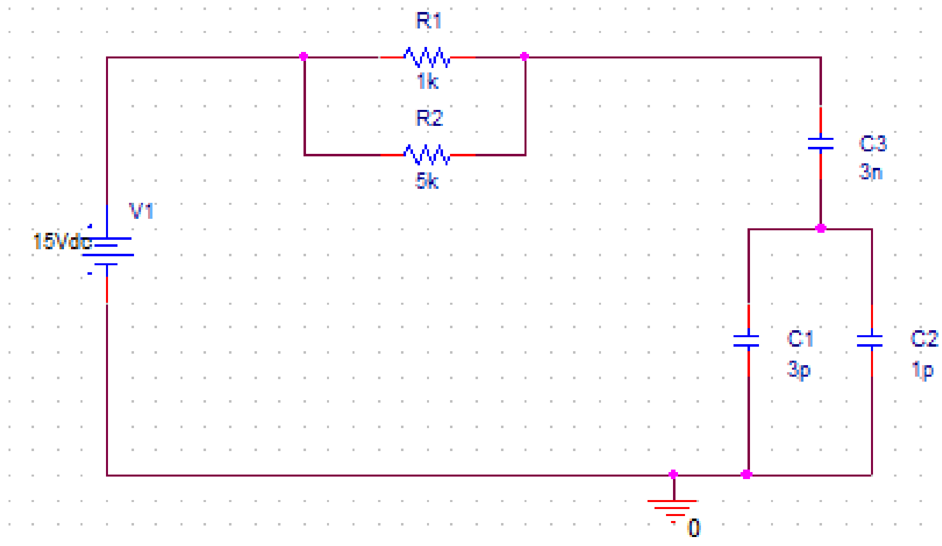


$$R[\Omega] = \frac{-t}{C * ln\left(1 - \frac{V_{CARGA}}{V_o}\right)}[\Omega]$$

$$R[\Omega] = \frac{-10[s]}{1m[\mathrm{F}] * ln\left(1 - \frac{4[V]}{10[V]}\right)}[\Omega]$$

$$R[\Omega] = \frac{-10[s]}{1m[\mathrm{F}] * ln(0.6)}[\Omega] = 19.58k[\Omega]$$

3. ¿Cuanto es el Tau?



Req=R1||R2; “R1 en paralelo con R2”

$$R_{eq}[\Omega] = \left(\frac{1}{1k[\Omega]} + \frac{1}{5k[\Omega]}\right)^{-1} [\Omega] = 833.33[\Omega]$$

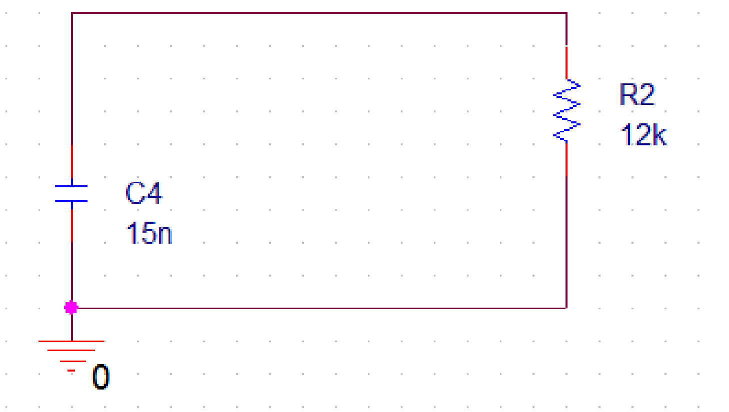
$$C_x[\mathrm{F}] = C_1[\mathrm{F}] + C_2[\mathrm{F}] = 4p[\mathrm{F}]$$

$$C_{eq}[\mathrm{F}] = \left(\frac{1}{4p[\mathrm{F}]} + \frac{1}{3n[\mathrm{F}]}\right)^{-1} [\mathrm{F}] = 3.99p[\mathrm{F}]$$

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[\mathrm{F}] = 833.33[\Omega] * 3.99p[\mathrm{F}] = 3.32n[s]$$

Circuito RC: Proceso de descarga del Condensador

Una vez cargado el condensador, se puede realizar proceso de descarga del mismo a través de una resistencia, tal y como lo muestra la figura siguiente:



La tensión del condensador en Volt se calcula de la siguiente formula

$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{\tau}}[V]$$

$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

De aquí se obtienen estas otras ecuaciones realizando los debidos despejes:

$$t[s] = -R * C * ln\left(\frac{V_{DESCARGA}}{V_o}\right)[s]$$

$$R[\Omega] = \frac{-t}{C * ln\left(\frac{V_{DESCARGA}}{V_o}\right)}\ [\Omega]$$

$$C[\mathrm{F}] = \frac{-t}{R * ln\left(\frac{V_{DESCARGA}}{V_o}\right)}[\mathrm{F}]$$

La carga del condensador en Coulomb se calcula de la siguiente formula

$$Q(t) = C * V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[C]$$

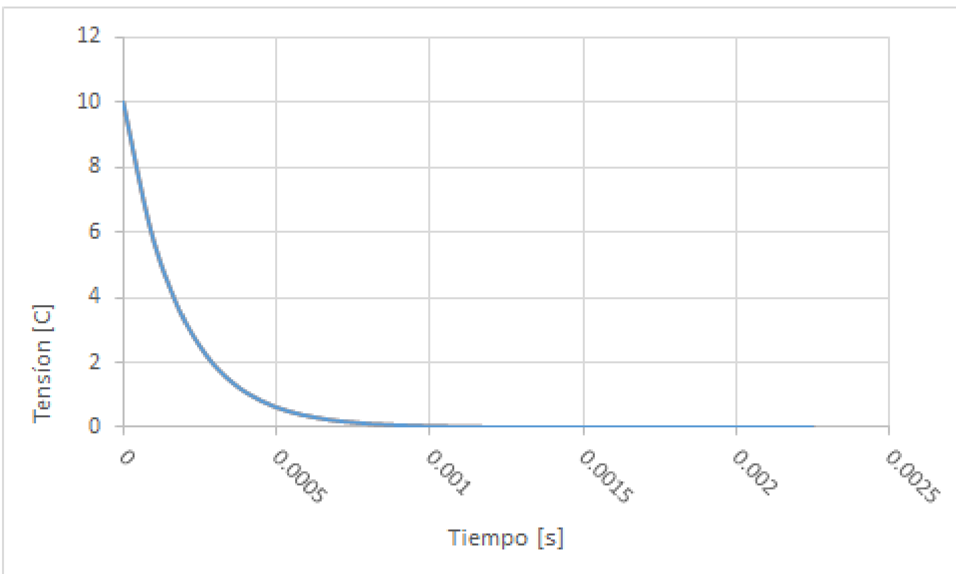
La corriente del circuito se calcula de la siguiente formula

$$I(t) = \frac{-V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}}{R}[A]$$

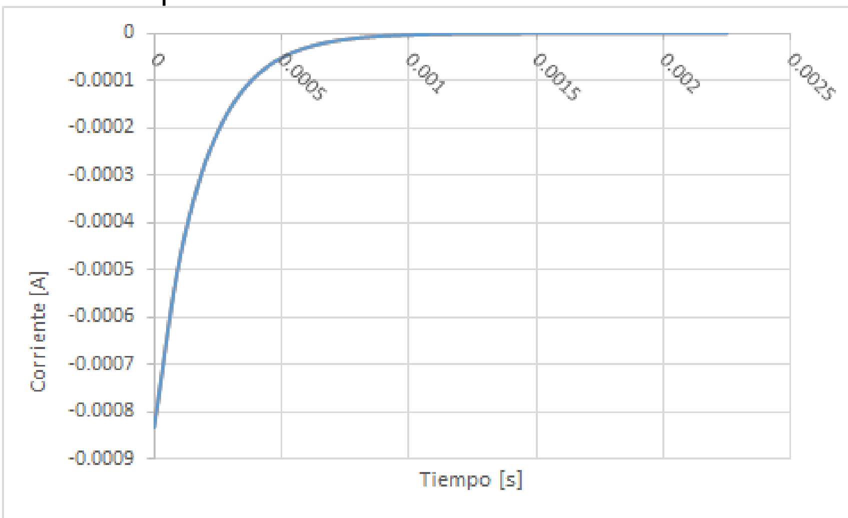
La tensión sobre la resistencia se calcula de la siguiente formula

$$V_R(t) = -V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

- Grafica de descarga de tensión de un condensador



- Grafica de corriente por el circuito

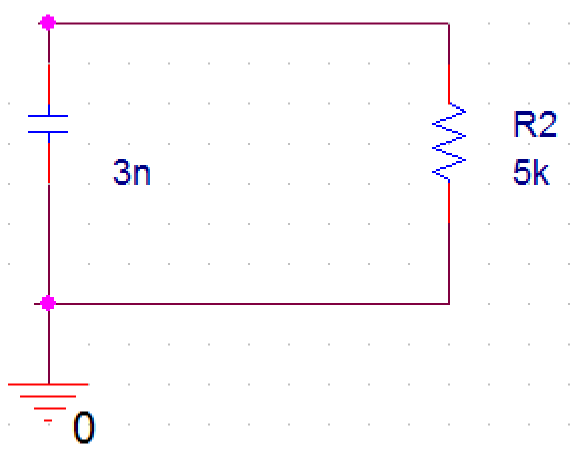


Al producto R*C se le denomina, al igual que como se vio con el proceso de carga, constante de tiempo (τ), en este caso de descarga.

Se dice que el condensador alcanza su carga mínima al transcurrir un tiempo de aproximadamente 5τ.

Ejemplo:

1. Con base al circuito siguiente:



El condensador inicialmente tiene se cargó hasta 10 $[V]$, e inicia el proceso de descarga:

a) El tau de descarga
b) Ecuación de descarga del Condensador
c) La tensión del condensador alcanzada cuando transcurrió 50 µs desde que ha comenzado a descargarse.
d) El tiempo requerido para descargar el condensador completamente.

a) Calculemos el tau τ

$$\tau[s] = R * C = 5k[\Omega] * 3n[F] = 15\ \mu[s]$$
$$5\tau[s] = R * C = 5 * 5k[\Omega] * 3n[F] = 75\ \mu[s]$$

b) La ecuación de descarga

$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{\tau}}[V]$$

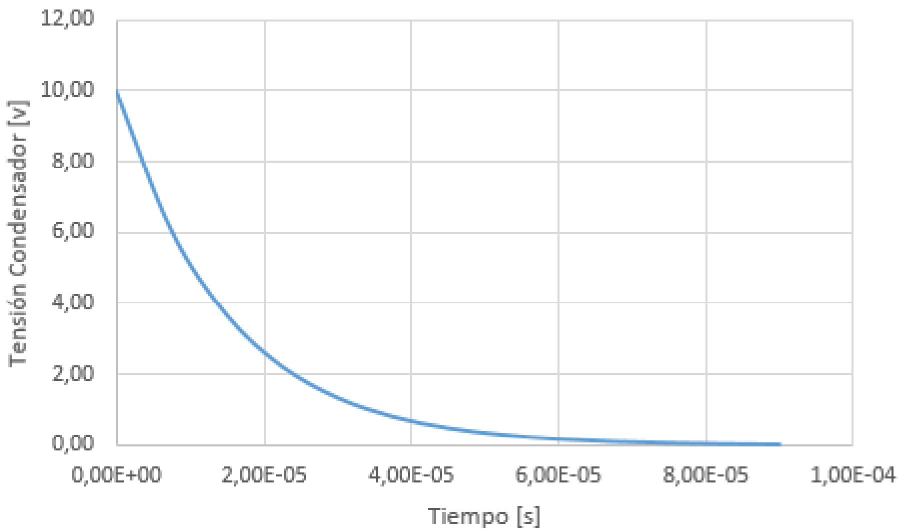
$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

V_o es la máxima tensión almacenada en el condensador entre sus bornes, la cual será la tensión de la fuente.

$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{5k*3n}}[V]$$
$$V_{DESCARGA}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{15\ \mu s.}}[V]$$

c) Calculando los puntos para realizar la grafica

t[s]	V carga [V]	Tau
$\mathbf{0}$	$10 = 10 * \left(e^{-\frac{0}{15\,\mu}}\right)$	-
$\mathbf{7.5\mu}$	$6.07 = 10 * \left(e^{-\frac{7.5\mu}{15\,\mu}}\right)$	-
$\mathbf{15\mu}$	$3.68 = 10 * \left(e^{-\frac{7.5\mu}{15\,\mu}}\right)$	1
$\mathbf{22.5\mu}$	$2.23 = 10 * \left(e^{-\frac{7.5\mu}{15\,\mu}}\right)$	-
$\mathbf{30\mu}$	$1.35 = 10 * \left(e^{-\frac{7.5\mu}{15\,\mu}}\right)$	2
$\mathbf{37.5\mu}$	820m	
$\mathbf{45\mu}$	500m	3
$\mathbf{50\mu}$	**360m**	**-**
$\mathbf{52.5\mu}$	300m	-
$\mathbf{60\mu}$	180m	4
$\mathbf{67.5\mu}$	110m	-
$\mathbf{75\mu}$	70m	5 condensador ya alcanzo la máxima carga



Por lo tanto, deben de transcurrir de 50 µs segundos después de que se cierre el interruptor, para que el condensador alcance un voltaje de 0.36V.

d) ¿Para qué tiempo el condensador habrá alcanzado su mínima carga?

$$5 * \tau[s] = 5 * R[\Omega] * C[F] = 5 * 5k[\Omega] * 3n[F] = 75\mu[s]$$

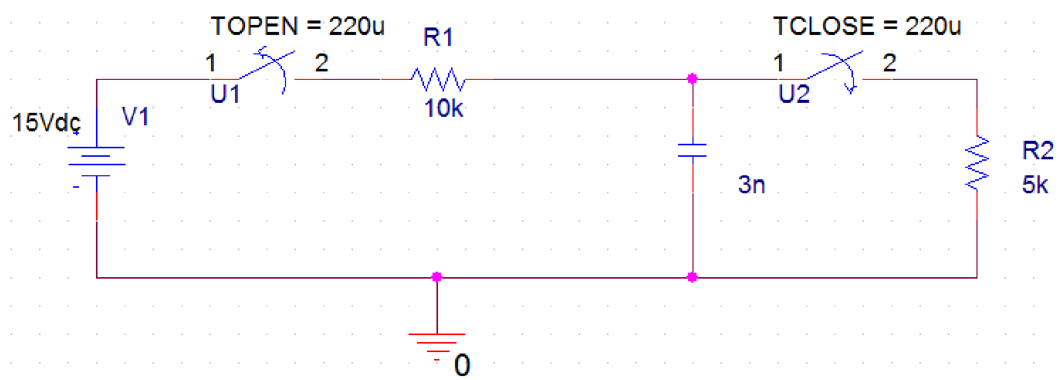
En 5 tau se dice que ya el condensador se encontrará completamente descargado.

$$V_{DESCARGA}(t = 75\mu[s]) = 10 * e^{-\frac{75\mu s}{15\ \mu s.}}[V] \approx 67.37[V]$$

Circuito RC: Proceso de cargar y descarga del Condensador

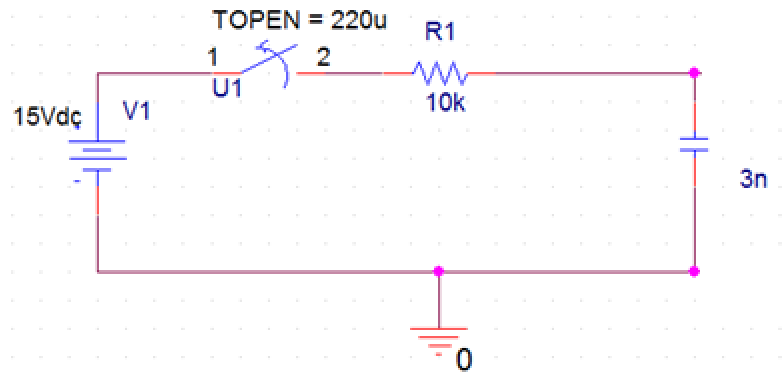
Se va a analizar el siguiente circuito:

- ✓ El switch U1 en tiempo $0[s] \leq t < 220\mu[s]$ está cerrado.
- ✓ El switch U2 en tiempo $0[s] \leq t < 220\mu[s]$ está abierto.
- ✓ El switch U1 en tiempo $t \geq 220\mu[s]$ se abre.
- ✓ El switch U2 en tiempo $t \geq 220\mu[s]$ se cierra.



1) Carga de un condensador.

Analizando $0s \leq t < 220\mu s$ tenemos este circuito



Calculemos el tau τ

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[F] = 10k[\Omega] * 3n[F] = 30\mu[s].$$

En cinco tau se alcanza la máxima tensión, la cual es

$$5\tau[s] = 5 * R[\Omega] * C[F] = 5 * 10k[\Omega] * 3n[F] = 150\mu[s].$$

La ecuación de carga

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)[V]$$

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[V]$$

V_o es la máxima tensión que va a tener el condensador entre sus bornes, la cual será la tensión de la **fuente**.

$$V_{CARGA}(t) = 15 * \left(1 - e^{-\frac{t}{10k*3n}}\right)[V]$$

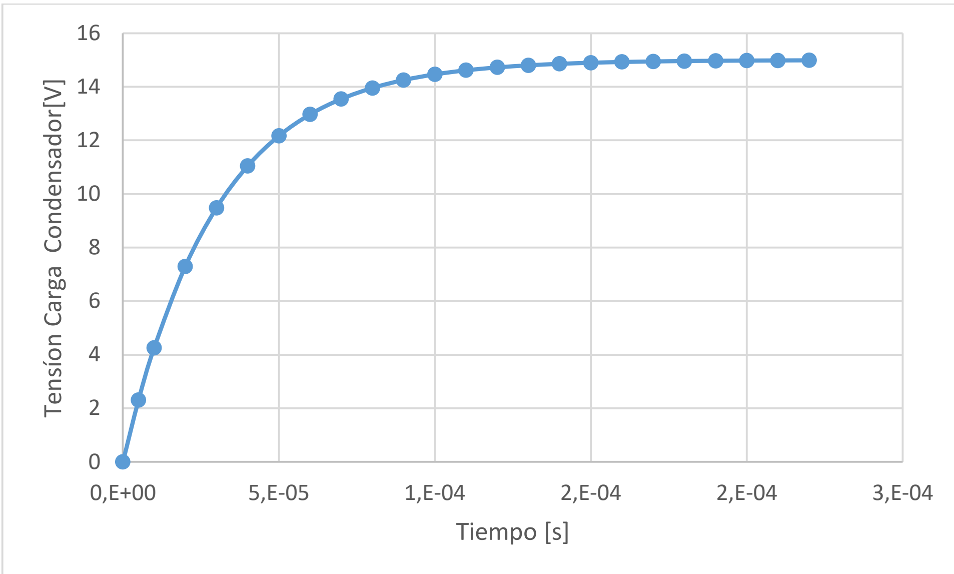
$$V_{CARGA}(t) = 15 * \left(1 - e^{-\frac{t}{30\mu}}\right)[V]$$

Note que estamos trabajando en $\mu[s]$ si graficamos entre $0[s] \leq t < 220\mu[s]$ el condensador estar cargado porque se sobrepasó los 5 tau.

Calculando los puntos para realizar la grafica

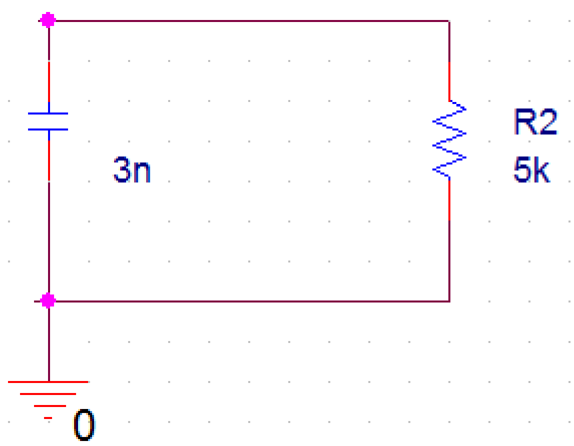
t[s]	V carga [V]	Tau
0	$0 = 15 * \left(1 - e^{-\frac{0}{30\mu}}\right)$	-
5μ	$2.3 = 15 * \left(1 - e^{-\frac{5\mu}{30\mu}}\right)$	-
10μ	$4.25 = 15 * \left(1 - e^{-\frac{10\mu}{30\mu}}\right)$	-
20μ	$7.29 = 15 * \left(1 - e^{-\frac{20\mu}{30\mu}}\right)$	-
30μ	$9.48 = 15 * \left(1 - e^{-\frac{30\mu}{30\mu}}\right)$	1
60μ	12.96	2
90μ	14.25	3
120μ	14.72	4
150μ	14.89	5 condensador ya alcanzo la máxima carga
200μ	14.98	-
220μ	14.99	-

Graficando los puntos



2) Descarga de un condensador.

Analizando $t \geq 220\mu s$ tenemos este circuito



Calculemos el ***Nuevo*** tau τ

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[F] = 5k[\Omega] * 3n[F] = 15\mu[s].$$

En cinco taus se alcanza la máxima tensión, la cual es

$$5 * \tau[s] = 5 * R[\Omega] * C[F] = 5 * 5k[\Omega] * 3n[F] = 75\mu[s].$$

La ecuación de descarga

$$V_{descarga}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{\tau}}[V]$$
$$V_{descarga}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

¡Ojo!! V_o es la máxima tensión almacenada en $t = 220\mu s$.

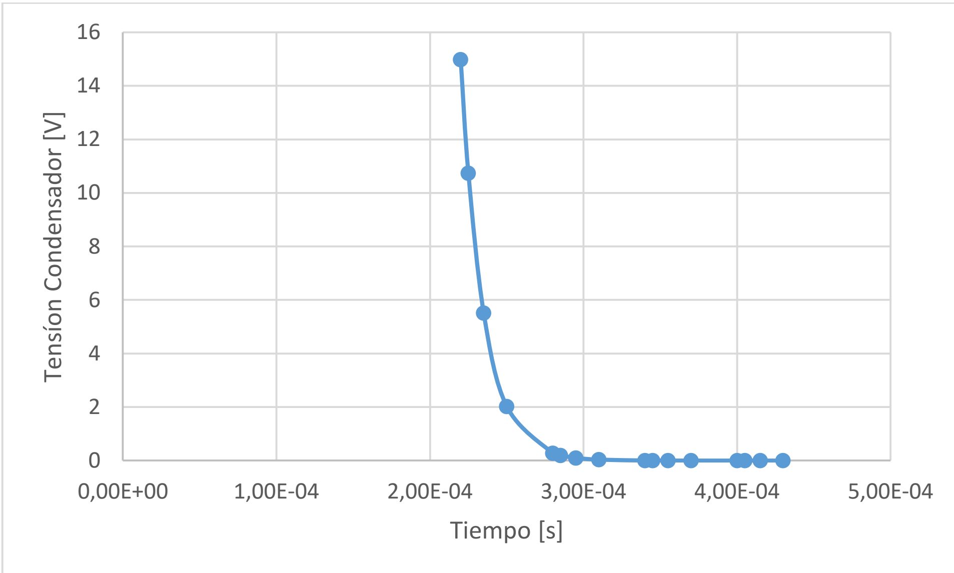
$$V_{descarga}(t) = 14.99 * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$
$$V_{descarga}(t) = 14.99 * e^{-\frac{t}{15\mu}}[V]$$

Para obtener los datos de la gráfica se inicia en $t = 0[s]$ y no $t = 220\mu[s]$, esto se da por que la ecuación si se evalúa en $t = 220\mu[s]$, el condensador ya sobre paso los 5 tau para descargarse, vamos a ver esto en la gráfica.

Calculando los puntos para realizar la grafica

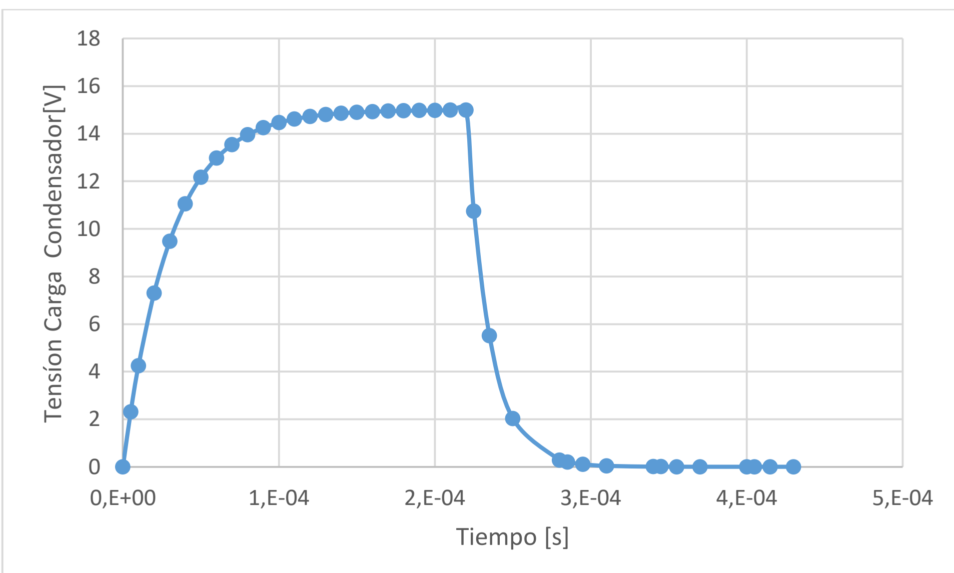
t[s]	V carga [V]	Tau
$\mathbf{0}$	$14.99 = 14.99 * e^{-\frac{0}{15\mu}}$	-
$\mathbf{5\mu}$	$10.74 = 14.99 * e^{-\frac{5\mu}{15\mu}}$	-
$\mathbf{10\mu}$	$7.69 = 14.99 * e^{-\frac{10\mu}{15\mu}}$	-
$\mathbf{15\mu}$	$5.51 = 14.99 * e^{-\frac{15\mu}{15\mu}}$	1
$\mathbf{30\mu}$	2.02	2
$\mathbf{45\mu}$	745.81 m	3
$\mathbf{60\mu}$	271.36m	4
$\mathbf{75\mu}$	101 m	5 condensador ya descargo
$\mathbf{150\mu}$	680.54μ	-
$\mathbf{200\mu}$	24.27μ	-
$\mathbf{220\mu}$	6.39μ	-

Graficando los puntos, note que no se graficó en $t = 0[s]$, sino en $t = 220\mu[s]$, por lo cual se desplazó la gráfica, al tiempo que se comenzó a descarga.



Como lleva un proceso de carga y descarga hay que contemplar el tiempo que ya ha transcurrido. Por eso se UNE la gráfica de descarga a la de la carga del condensador.

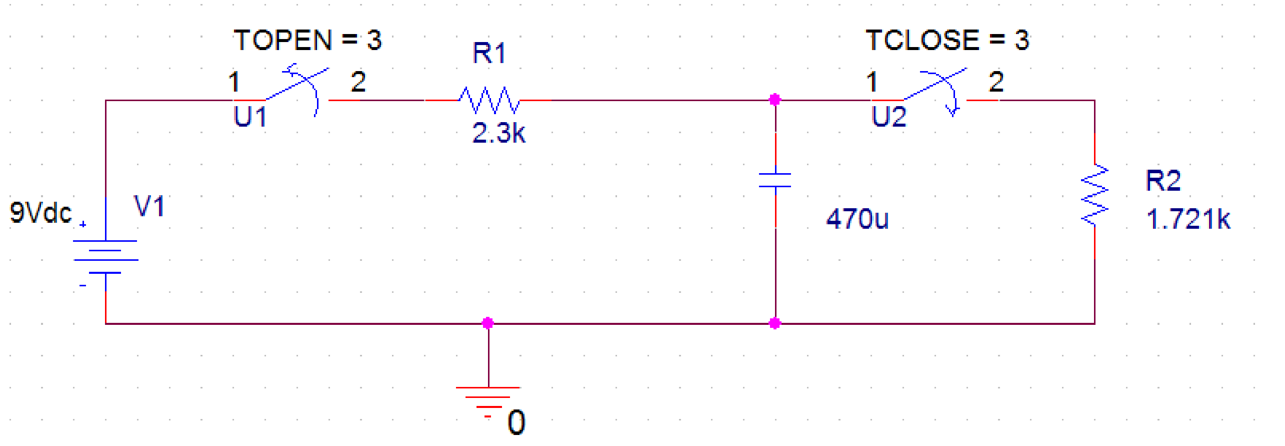
Uniendo ambas gráficas.



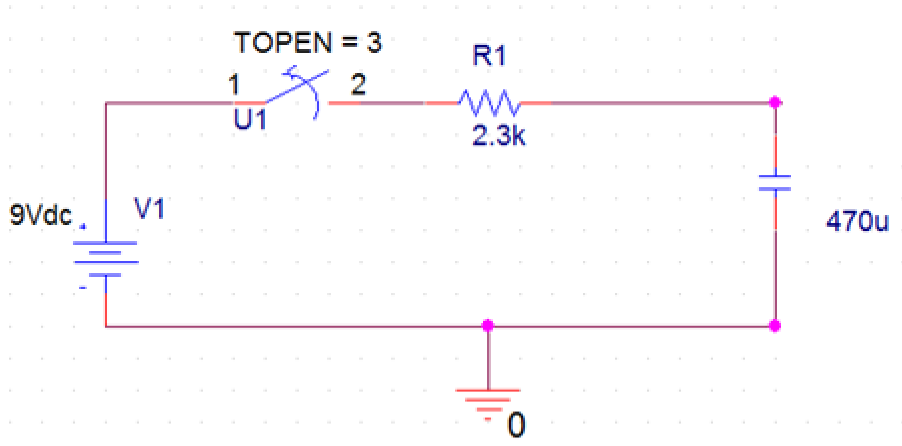
Carga y descarga de un condensador Antes que alcance los 5 tau de carga

Se va a analizar el siguiente circuito:

- ✓ El switch U1 en tiempo $0[s] \leq t < 3[s]$ está cerrado.
- ✓ El switch U2 en tiempo $0[s] \leq t < 3[s]$ está abierto.
- ✓ El switch U1 en tiempo $t \geq 3[s]$ se abre.
- ✓ El switch U2 en tiempo $t \geq 3[s]$ se cierra.



1) **Carga de un condensador.**
Analizando $0[s] \leq t < 3[s]$ tenemos este circuito



Calculemos el tau τ

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[F] = 2.3k[\Omega] * 470\mu[F] = 1.081[s].$$

En cinco taus se alcanza la máxima tensión, la cual es

$$5\tau = 5 * R[\Omega] * C[F] = 2.3k[\Omega] * 470\mu[F] = 5.405[s].$$

<u>Note que, a los 5 tau, el condensador se carga completamente, pero vea que los switch se abre en 3s, por lo que el tiempo no llega a los 5 tau.</u>

La ecuación de carga

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)[V]$$

$$V_{CARGA}(t) = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)[V]$$

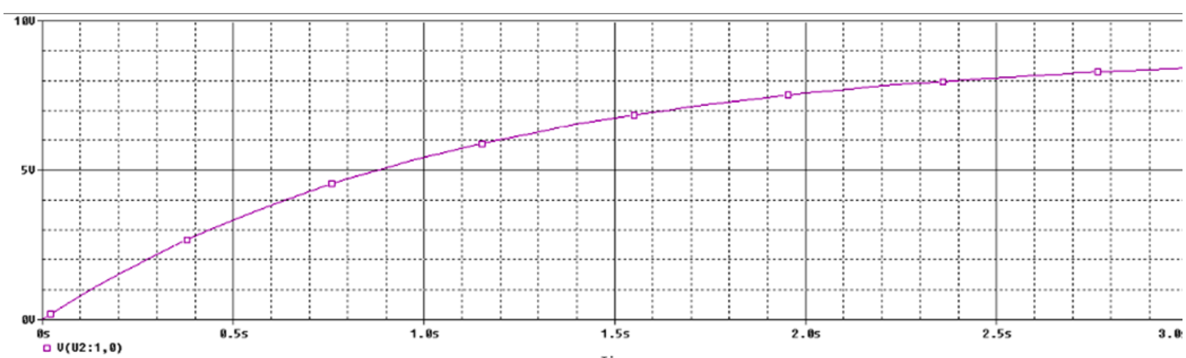
V_o es la máxima tensión que va a tener el condensador entre sus bornes, la cual será la tensión de la fuente.

$$V_{CARGA}(t) = 9 * \left(1 - e^{-\frac{t}{2.3k*470u}}\right)[V]$$

$$V_{CARGA}(t) = 9 * \left(1 - e^{-\frac{t}{1.081}}\right)[V]$$

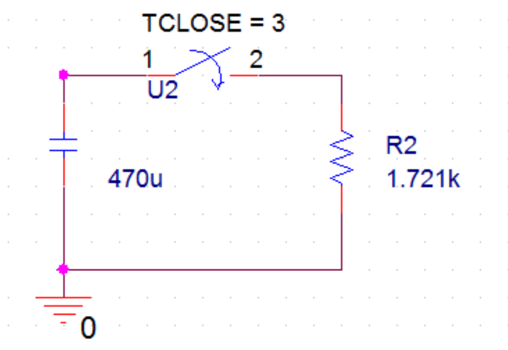
Calculando los puntos para realizar la grafica

t[s]	V carga [V]	Tau
$\mathbf{0}$	$0 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{0}{1.081}}\right)$	Nunca se alcanzó el primer tau
$\mathbf{500m}$	$3.33 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{500m}{1.081}}\right)$	
$\mathbf{1}$	$5.43 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{1}{1.081}}\right)$	
$\mathbf{1.5}$	$6.75 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{1.5}{1.081}}\right)$	
$\mathbf{2}$	$7.58 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{2}{1.081}}\right)$	
$\mathbf{2.5}$	$8.1 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{2.5}{1.081}}\right)$	
$\mathbf{3}$	$8.43 = 9 * \left(1 - e^{-\frac{3}{1.081}}\right)$	



2) Descarga de un condensador.

Analizando $t \geq 3[s]$ tenemos este circuito



Calculemos el ***Nuevo*** tau τ

$$\tau[s] = R[\Omega] * C[F] = 1.721k[\Omega] * 470\mu[F] = 808.87m[s].$$

En cinco taus se alcanza la máxima tensión, la cual es

$$5\tau = 5 * R[\Omega] * C[F] = 1.721k[\Omega] * 470\mu[F] = 4.045[s].$$

La ecuación de carga

$$V_{descarga}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{\tau}}[V]$$
$$V_{descarga}(t) = V_o * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$

¡Ojo!! V_o es la máxima tensión almacenada en $t = 3s$. Y no los 9 V de la fuente

$$V_{descarga}(t) = 8.43 * e^{-\frac{t}{R*C}}[V]$$
$$V_{descarga}(t) = 8.43 * e^{-\frac{t}{808.87ms}}[V]$$

Calculando los puntos para realizar la grafica

t[s]	V carga [V]	Tau
$\mathbf{0}$	$8.43 = 8.43 * e^{-\frac{0}{808.87m}}$	-
$\mathbf{500}\boldsymbol{m}$	$4.54 = 8.43 * e^{-\frac{500m}{808.87m}}$	-
$\mathbf{808.87}\boldsymbol{m}$	$3.1 = 8.43 * e^{-\frac{808.87}{808.87m}}$	1
$\mathbf{1.61}$	$1.15 = 8.43 * e^{-\frac{1.61}{808.87m}}$	2
$\mathbf{2.42}$	423.14m	3
$\mathbf{3.23}$	155.45m	4
$\mathbf{4.04}$	57.1m	5
5	17.42m	-
6	5.06m	-
7	1.47m	-

Por lo tanto, la gráfica de carga y descarga seria la siguiente imagen, note que nunca se alcanza la tensión de la **fuente**.